一、计算下列各题（每题5分，共30分）

1、

解：,从而,由夹逼准则可得极限值为3.

2．求极限；



解：.

3、求

解： 





4、设, 试问

为何值时，在内连续？

解 只须考虑在处的连续性.

为使在处连续，则有

，

即 .

5、设，求.

解：，

则 .

6．（），求；

解：





二、计算及证明（每题8分，共56分）

1、已知数列满足：，，求；

解：单调增。 由单调有界收敛准则，得存在。

设,则由收敛数列的性质得，即****

2、求函数的间断点，并判断其类型（说明理由）。

解：因为，故为函数的第二类间断点（无穷间断点）；

由于，，所以，为函数的第一类间断点（跳跃间断点）；

而，故为函数的第一类间断点（可去间断点）.

3、设是由方程所确定的隐函数，求曲线在点处的切线方程和法线方程。

解 对方程两边关于求导数，则有

，

令，，则有，于是所求切线斜率.

于是，所求切线方程为，即，

法线方程为，即.

4、设函数在处连续，且，求：（1）；（2）.

解：因为函数在处连续，故

.

（1）；

（2）

.

5、求极限**.**

解：因为 所以**** 又 故**** 综上****

6、已知函数在内可导，，且对任意的满足



求和，并检验的连续性。

解：注意到所以。根据导数的定义, 得



函数在内可导，所以在内连续，因此根据上式，也在内连续。

7、设函数可导，，证明是在处可导的充要条件。

证明：，由导数的定义以及所以在处可导。

由于在处可导，从而计算可得 从而。

**三、证明题（每题7分，共14分）**

（1）设函数在上连续，并且对上任意一点有，证明在中必存在一点，使得.

证明：作辅助函数，由于对上任意一点有，则

，.

若，则取；若，则取；

若且，利用零点定理，知在内至少存在一点，使得.

综上，在上至少存在一点，使得，即.

（2）设函数在上连续，在内可导，且，证明至少存在一点，使得.

证明：做辅助函数，由已知条件知在上连续，在内可导，且

，，即.

由罗尔定理，存在，使得，即，也即 .